ПЛАН УЧЕБНОГО ЗАНЯТИЯ

по дисциплине «Математика»

дата 12.12.2023

Прежде чем начнем изучать новую тему, давайте немного повторим!

Операция нахождения производной называется**дифференцированием.**

Вспомним задачи из механики.

Задача 1. Материальная точка движется прямолинейно по закону $s(t) = t^3 + 2t^2 - 5t$. Найти функцию, выражающую закон изменения скорости движения $\upsilon(t)$ и ускорения $a(t)$

Решение. Функция скорости $\upsilon(t)$ является производной от заданной функции перемещения $s(t)$. То есть выполняем операцию **дифференцирования:**

$\upsilon(t) = s'(t)$, $\upsilon(t)= 3t^2 + 4t-5$.

Вычислив производную скорости по времени, найдём закон изменения ускорения по времени: $a(t)= \upsilon'(t)= s''(t)= 6t+4$.

Операция дифференцирования (нахождения производной) по закону перемещения позволяет ***находить скорость и ускорение тела.***

Таким образом получили ответ: $\upsilon(t)=3t^2+4t-5$ и $a(t)= 6t+4$.

Задача 2. Скорость прямолинейно движущейся точки изменяется по закону $\upsilon(t)= 3t^2+4t-5$.

Найти функцию $s(t)$, выражающую зависимость перемещения точки от времени.

Решение. Так как $\upsilon(t) = s'(t)$, то из условия следует, что $s'(t) =3t^2+4t-5$. Значит, по заданной производной $s'(t)$ требуется восстановить функцию $s(t)$.

Вопрос: зная производную некоторой функции, мы должны найти саму функцию, то есть восстановить функцию по производной.

Восстанавливаемая функция называется **первообразной**.

Производная – «производит» на свет новую функцию. Первообразная – «восстанавливает» первичный образ.

Для решения задач, подобных 2-ой(то есть восстановление функции по её известной производной) и служит операция **интегрирования - обратная операции дифференцирования.**

Перейдем к изучению новой темы.

Новый материал (конспект в тетрадь)

Тема: «Определение первообразной. Основное свойство. Три правила нахождения первообразных»

- Определение первообразной

Определение:Функция F(x) называется первообразной для функции f(x) на заданном промежутке, если для всех x из этого промежутка

$$F'(x) = f(x)$$

Например, функция $F(x) = \frac{x^3}{3}$ является первообразной для функции $f(x) = x^2$, так как $F'(x) = \frac{3x^2}{3} = x^2$. Для функции $f(x) = x^2$ первообразными будут и $F(x) = \frac{x^3}{3} - 2$, и $F(x) = \frac{x^3}{3} + 2{,}3$, а так же $F(x) = \frac{x^3}{3} + \mathrm{C}$, где C – постоянная величина. Функция $F(x) = -cosx + C$ является первообразной для функции $f(x) = sinx$, поскольку $F'(x) = sinx = f(x)$.

Как видим, первообразная определяется по заданной функции неоднозначно. Если *F(x)* — некоторая первообразная для функции *f(x)*, то *F(x)* + *C*, где *C* — произвольная постоянная, также является первообразной для исходной функции.

- Основное свойство первообразных

Если*F(x)*– первообразная для функции*f(x)*на некотором промежутке, то функция*F(x)*+*C*также является первообразной функции*f(x)*на этом промежутке, где*C*–произвольная постоянная.

Нахождение первообразной называется **операцией интегрирования**

- Таблица первообразных

Функция	Общийвидпервообразн
0	C
k (*k* —постоянная)	*kx* + *C*
$x^n (n \neq -1)$	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$
$\frac{1}{x}$	$\ln\lvert x\rvert + C$
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x} + C$
sinx	-*cosx* + *C*
cosx	*sinx* + *C*
$\frac{1}{cos^2 x}$	*tgx*+*C*
$\frac{1}{sin^2 x}$	-*ctgx*+*C*
e^x	e^x+*C*
a^x	$\frac{a^x}{\ln a} + C$

- Три правила нахождения первообразных

Правило 1

Если F есть первообразная для некоторой функции f, а G есть первообразная для некоторой функции g, то F + G будет являться первообразной для f + g.

Пример:

$$f(x) = x^2 + cosx$$

$$F(x) = \frac{x^3}{3} + \sin x$$

Правило 2

Если F есть первообразная для некоторой функции f, а k – некоторая постоянная. Тогда k·F есть первообразная для функции k·f.

Пример:

$$f(x) = 50\cos x$$

$$F(x) = 50\sin x$$

Правило 3

Если F(x) есть некоторая первообразная для функции f(x), а k и b есть некоторые постоянные, причем k не равняется нулю, тогда·$\frac{1}{k}$F(kx+b) будет первообразной для функции f(kx+b).

Пример:

$$f(x) = \cos(2x + 1)$$

$$F(x) = \frac{1}{2}\sin(2x + 1).$$

Решение задач

Задача 1 Доказать F(x)= $\frac{X^2}{2} + C$ является первообразной для функции f(x)=x.

Решение:

По определению первообразной должно выполняться условие F'(x) =f(x).

$F'(x) = (\frac{X^2}{2} + C)' = \frac{1}{2}(x^2)' = \frac{1}{2} \cdot 2x = x$

Получили F'(x) =f(x), следовательно функция F(x)= $\frac{X^2}{2} + C$ является первообразной для функции f(x) =x.

Задача 2 Доказать F(x)= -$\frac{1}{7}\cos(7x - \frac{\pi}{4})$ +C является первообразной для функции f(x)=$\sin(7x - \frac{\pi}{4})$

Решение:

По определению первообразной должно выполняться условие F'(x) =f(x).

F'(x) =($-\frac{1}{7}\cos(7x-\frac{\pi}{4})$+C)´= $-\frac{1}{7}(\cos(7x-\frac{\pi}{4})+C)´$= $-\frac{1}{7}(-\sin(7x-\frac{\pi}{4})\ (7x-\frac{\pi}{4})´$= $\frac{1}{7}.7\sin(7x-\frac{\pi}{4})$=$\sin(7x-\frac{\pi}{4})$.

Получили F'(x) =f(x), следовательно, функция F(x)= $-\frac{1}{7}\cos(7x-\frac{\pi}{4})$ +C является первообразной для функции f(x)=$\sin(7x-\frac{\pi}{4})$.

Задача 3 Для функции f(x) = x^3 найдите первообразную, график которой проходит черед точку A(2;6).

Решение:

Общий вид первообразной для функции *f(x)* = x^3 таков:

$F(x)=\frac{x^4}{4}+C$, где C — постоянная. Координаты точки A (2;6) графика искомой первообразной должны удовлетворять уравнению:

$\frac{16}{4}+C=6;$

$4+C=6;$

$$C=2$$

Итак, $F(x)\ =\frac{x^4}{4}\ +\ 2.$

Домашнее задание

Проработать конспект по тетради (определения, правила учим!)

Конспект отправляем на электронную почту oles.udalova@yandex.ru